Estratto dalla " Rivista di filosofia Neo-Scolastica ,, Anno 4,° N.° III-IV, Giugno 1912



ALESSANDRO PADOA

professore di matematica nel r. istituto tecnico di Genova

Analisi della sillogistica.

Il frequente rifiorire, in questa ed in altre riviste filosofiche, di dubbî e persino di polemiche a proposito di sillogismi è indizio della scarsa diffusione che hanno avuto sinora i risultati cui è pervenuta in questo campo la logica matematica; la quale scarsa diffusione deve probabilmente attribuirsi al nome di tale dottrina (che forse la fa ritenere parte della logica o, peggio ancora, qualche cosa di intermedio fra la logica e la matematica, mentre invece essa è una estensione perfezionata di tutta la logica deduttiva tradizionale) ed alla diffidenza o allo sgomento inspirati, in chi non ha dimestichezza con le formole, dai simboli ideografici cui abitualmente si ricorre in tali studî.

Ma i risultati cui accennavo si possono esprimere e intendere benissimo servendosi del linguaggio ordinario, come risulterà dalla lettura di questo articolo, nel quale non presuppongo alcuna conoscenza nè di sillogistica nè di ideografia logica.

§ 1. Ci occuperemo di asserzioni aventi una delle quattro *forme:*

ogni x è un y,	nessun x è un y,
qualche x è un y,	qualche x non è un y.

Nelle applicazioni, al posto di ciascuna delle lettere x ed y si dovrà mettere una parola od una frase che designi completamente un gruppo determinato; ad es., ordinatamente:

ogni mammifero è un vertebrato,
nessun angolo ottuso è un angolo acuto,
qualche italiano è uno scultore,
qualche francese non è un pittore.

Nella logica tradizionale tali asserzioni chiamansi *giudizî* e, secondo la loro varia forma, vengon detti ordinatamente *universali affermativi, universali negativi, particolari affermativi* e *particolari negativi,* ovvero sono brevemente contraddistinti con le vocali A, E, I, O; si dice inoltre che x ed y sono i *termini* di ciascuno di tali giudizî e precisamente che x ne è il *soggetto* ed y ne è il *predicato*

Ma noi non annetteremo alcuna importanza alla distinzione dei giudizî in *affermativi* e *negativi,* considerandola una semplice *accidentalità linguistica.* Infatti: se y è un gruppo determinato e se y' è l'insieme degli individui che *non* appartengono ad y, allora anche y' è un gruppo determinato ed y è l'insieme degli individui che *non* appartengono ad y'. E perciò, il fatto che si sia provvisto anzitutto a dare un *nome* a questo o a quello dei gruppi y e y', obbligando poi a designar l'altro quale *negazione* del primo, può avere importanza nello studio della formazione e dell'espressione dei concetti; ma non ne ha alcuna per la logica formale. Comunque:

« nessun x è un y » sol quando « ogni x è y' »,
« qualche x non è un y » sol quando « qualche x è un y' »;

e reciprocamente:

« ogni x è un y » sol quando « nessun x è un y' ».

Osserviamo inoltre che, nella seconda e nella terza forma di giudizio, la distinzione fra *soggetto* e *predicato* è una semplice *accidentalità grammaticale.* Infatti:

« nessun x è un y » sol quando « nessun y è un x »,
« qualche x è un y » sol quando « qualche y è un x ».

Riassumendo:

A = ogni x è un y = nessun x è un y',
E = nessun x è un y = nessun y è un x = ogni x è un y',
I = qualche x è un y = qualche y è un x,
O = qualche x non è un y = qualche x è un y'.

§ 2. Chiamasi *sillogismo* una proposizione nella quale, *dati* tre termini (che la logica tradizionale chiama *minore, medio, maggiore* e designa con le lettere S, M, P), *dato* un giudizio tra

M e P ovvero tra P ed M (chiamato *premessa maggiore*) e *dato* un giudizio tra S ed M ovvero tra M ed S (chiamato *premessa minore), si asserisce legittimamente* un giudizio tra S e P (chiamato *conclusione)*.

Si badi: quando il logico si serve dei *dati* accennati per *chiudere* un sillogismo, non spetta a lui *decidere* se ciascuno dei tre termini designi un gruppo *determinato,* nè se ciascuna delle premesse sia *vera;* nè egli *asserisce* che la *conclusione* sia *vera.* Egli di ciò solo si rende garante, che: *se* le premesse sono *entrambe vere* (il che presuppone che i termini siano determinati almeno quanto basta perchè abbia senso il dir vere le premesse), *allora* la conclusione *deve esser vera.* E perciò, premesse e conclusione formano un tutto *inscindibile,* cioè una sola *proposizione* (in senso logico e non grammaticale).

La logica tradizionale distingue quattro *figure* di sillogismo, secondo l' ufficio di M:



1) M è *soggetto* rispetto a P e *predicato* rispetto ad S,
2) M è sempre *predicato,*
3) M è sempre *soggetto,*
4) M è *predicato* rispetto a P e *soggetto* rispetto ad S.

In ciascuna figura distingue varî *modi*, secondo la *forma* dei tre giudizî [§ 1]; ed i modi contraddistingue con *nomi mnemonici* in ciascuno dei quali entrano appunto tre delle vocali A, E, I, O per designare ordinatamente la forma della premessa *maggiore,* della premessa *minore* e della *conclusione.* (*)

I modi della prima figura sarebbero 4, della seconda 4, della terza 6, della quarta 5: in tutto 19. Ma qui ci proponiamo di eliminare i modi *illegittimi* (nei quali cioè la conclusione non è conseguenza necessaria delle premesse) e quelli che sono *vane ripetizioni* di modi già considerati (che cioè si possono ricavare da modi già considerati ricorrendo soltanto alle *trasformazioni* di giudizî indicate nel nostro prospetto [§ 1], le quali sono sempre *lecite* indipendentemente dal *significato* dei singoli termini, o cambiando l'*ordine* delle premesse o cambiando il modo di *designare* i termini, mantenendoli però fra loro distinti).

Preliminarmente, possiamo osservare che la distinzione delle *figure* sarà *accidentale* nei casi in cui sarà accidentale quella fra *soggetto* e *predicato* di uno stesso giudizio. Ma, per rendere

(*) Petrus Hispanus, pontifex sub nomine Johannes XXI (m. 1227).

più chiaro il nostro studio, ciascun *modo* verrà enunciato nella sua *figura,* adottando, corrispondentemente a ciascuna *vocale,* la *prima* delle *forme* di giudizio indicate nel nostro prospetto [§ 1].

§ 3. Il sillogismo in BARBARA della prima figura [§ 2] è:

« se ogni M è un P ed ogni S è un M, ogni S è un P ». (1)

Cambiandovi P in P′, esso diviene:

« se ogni M è un P′ ed ogni S è un M, ogni S è un P′ »,

ovvero [§ 1] il CELARENT della prima figura:

« se nessun M è un P ed ogni S è un M, nessun S è un P »,

ovvero il CESARE della seconda:

« se nessun P è un M ed ogni S è un M, nessun S è un P ».

Dal *Celarent,* scambiandovi le premesse ed in esse P ed S, senza farlo nella conclusione, si ottiene il CAMESTRES della seconda:

« se ogni P è un M e nessun S è un M, nessun S è P »

da cui, trasformando la seconda premessa, il CAMENES della quarta:

« se ogni P è un M e nessun M è un S, nessun S è un P ».

§ 4. Il sillogismo in DARII della prima figura è:

« se ogni M è un P e qualche S è un M, qualche S è un P ». (2)

Trasformandovi la seconda premessa, esso diviene il DATISI della terza:

« se ogni M è un P e qualche M è un S, qualche S è un P ».

Cambiando in entrambi P in P′, se ne ricava il FERIO della prima:

« se nessun M è un P e qualche S è un M, qualche S non è un P »

ed il FERISON della terza:

« se nessun M è un P e qualche M è un S, qualche S non è un P ».

Dal Ferio, trasformando la prima premessa, si ottiene il FESTINO della seconda:

« se nessun P è un M e qualche S è un M, qualche S non è un P »;

da cui, trasformando la seconda premessa, il FRESINON della quarta:

« se nessun P è un M e qualche M è un S, qualche S non è un P ».

Dal Darii, scambiandovi le premesse ed in esse P ed S, senza farlo nella conclusione, si ottiene il DIMARIS della quarta:

« se qualche P è un M ed ogni M è un S, qualche S è un P »;

da cui, trasformando la prima premessa, il DISAMIS della terza:

« se qualche M è un P ed ogni M è un S, qualche S è un P »;

da cui, cambiando P in P′ e trasformando, si ottiene il BOCARDO della terza:

« se qualche M non è un P ed ogni M è un S, qualche S non è un P ».

Dal Festino, cambiando M in M′ e trasformando, si ha il BAROCO della seconda:

« se ogni P è un M e qualche S non è un M, qualche S non è un P ».

§ 5. Il sillogismo in DARAPTI della terza figura è:

« se ogni M è un P ed ogni M è un S, qualche S è un P ». (3)

Cambiandovi P in P′ e trasformando, si ha il FELAPTON della terza:

« se nessun M è un P ed ogni M è un S, qualche S non e un P »;

da cui, trasformando la prima premessa, il FESAPO della quarta:

« se nessun P è un M ed ogni M è un S, qualche S non è un P ».

Infine, il BRAMANTIP della quarta figura è:

« se ogni P è un M ed ogni M è un S, qualche S è un P ». (4)

§ 6. Così i 19 modi si riducono a 4, cioè: in Barbara (1) e in Darii (2) della prima figura, in Darapti (3) della terza e in Bramantip (4) della quarta; ma i due ultimi sono *illegittimi*, come ora chiarirò.

Un *termine* [§ 1] può essere *nullo*, tale cioè che nessun individuo appartenga ad esso, e ciò può accadere in due maniere: o perchè ad esso vengono attribuite due proprietà *formalmente incompatibili* (ad es. « l'insieme dei numeri *maggiori* e *non maggiori* di 5 ») o perchè ad esso vengono attribuite due proprietà *realmente incompatibili* (ad es. « l'insieme dei numeri *maggiori* e *minori* di 5 »). La prima incompatibilità può, anzi deve, essere rilevata dal logico, (perchè dipende *unicamente* dalla proprietà delle parole: « *e* » e « *non* », nota sotto il nome di « principio di *contraddizione* »); ma non così la seconda (la quale non può essere rilevata da chi ignori, o finga di ignorare, il significato aritmetico delle parole « *maggiore* » e « *minore* »).

Ora, poichè un gruppo nullo è contenuto in ogni gruppo, le *premesse* del sillogismo (3) potrebbero essere *verificate* da un termine *nullo* M (di quelli che il logico non ha obbligo di sapere che son tali) e da due termini *arbitrarî* P ed S, i quali perciò possono *non verificare* la *conclusione*.

Analogamente, se P è un termine *nullo*, mentre M ed S sono tali che ogni M sia un S, risultano *verificate* le *premesse* del sillogismo (4), ma *ma non ne è verificata* la *conclusione* (*).

D'altronde, se, oltre alle premesse del Darapti (3), è *dato* che M non è un gruppo nullo, da ciò e dalla prima premessa (mediante il principio 2 del § 7) si ricava che « qualche M è un P »; da ciò e dalla seconda premessa, mediante il Disamis, si trae la conclusione. Analogamente, se, oltre alle premesse del Bramantip (4), è *dato* che P non è un gruppo nullo, da ciò e dalla prima premessa si ricava che « qualche P è un M »; da ciò e dalla seconda premessa, mediante il Dimaris, si trae la conclusione.

Riassumendo: il Darapti e il Bramantip, come sono enunciati, sono *falsi;* mentre, corretti, sono *superflui*. Cosicchè rimangono soltanto il Barbara (1) e il Darii (2); ed entrambi sono *legittimi* (senza possibilità di eccezioni).

(*) Uno dei primi e più notevoli risultati dell'adozione di un' ideografia logica fu appunto quello di rendere *manifesta* la *falsità* dei modi tradizionali di sillogismo, mediante i quali da due giudizî *universali* si vorrebbe dedurre un giudizio *particolare*. Tale falsità venne riconosciuta separatamente da Miss Ladd (a. 1883), Schröder, Nagy, Peano, ecc.

§ 7. Il Darii (2) può decomporsi nei seguenti due principî:

1) se ogni x è un y, allora, qualunque sia il gruppo z, ogni « individuo comune a z ed x » è un « individuo comune a z e y »;
2) se ogni x è un y e se vi è qualche x, allora vi è qualche y.

Infatti: dalla prima premessa del Darii (2) e dal principio 1) si ricava, qualunque sia S, che:

ogni « individuo comune ad S ed M « è un « individuo comune ad S e P »; (α)

alla seconda premessa si può dare la forma:

vi è qualche « individuo comune ad S ed M »; (β)

da (α), (β) e dal principio 2) si ricava:

« vi è qualche individuo comune ad S e P »,

cioè la conclusione del Darii.

I principî 1) e 2) non hanno carattere sillogistico [§ 2], ma sono più fecondi di applicazioni del Darii che *ne deriva*.

Ecco perchè la logica matematica considera *un solo modo* di sillogismo, e cioè il sillogismo in *Barbara*, il quale, scambiandovi le premesse e sostituendo a, b, c ad S, M, P, diviene

3) « se ogni a è un b ed ogni b è un c, allora a è un c »;

il che si esprime anche dicendo che: *l'inclusione è una relazione transitiva.*

In particolare, se al gruppo a appartiene un solo individuo x, allora

« ogni a è un b » sol quando « x è un b »;

in questo caso, trasformando in tal modo la prima premessa, si ottiene:

4) « se x è un b ed ogni b è un c, allora x è un c ».

Si possono distinguere gli schemi 3) e 4) chiamando il 3) sillogismo in forma *collettiva* e il 4) sillogismo in forma *individuale.*

Ecco a che si riduce tutta la *sillogistica,* non però la *logica deduttiva;* che mercè l'*ideografia logica,* si è arricchita di molte

e notevolissime *forme di ragionamento* alcune delle quali, pur essendo feconde di applicazioni, mal si prestano ad essere tradotte in linguaggio ordinario. Chi desidera conoscerle, deve affrontare la fatica, più lieve che forse non tema, di imparare l'ideografia logica. (*)

(*) A tal fine vedasi il *Formulario matematico* edito per G. Peano (Torino, Fratelli Bocca, ed. V) ovvero il mio recente scritto su: *La logique déductive dans sa dernière phase de développement,* pubblicato dalla: Revue de Métaphysique et de Morale (Paris, Arnaud Colin, novembre 1911, gennaio 1912), e che ora sta per uscire in volume con prefazione di G. Peano (Paris, Gauthier-Villars, 1912).

Nota.

Però anche in sillogistica, ad evitare equivoci, meglio delle famose *regole,* giova la conoscenza dell'ideografia logica: la quale, tra gli altri vantaggi, offre quello non lieve di rendere *impossibile* lo *scrivere* asserzioni *ambigue,* quali ad es. quelle usate nella minore (seconda premessa) dei sillogismi analizzati in: *Osservazioni sulla regola sillogistica « Peiorem semper.... etc.* » di P. Gentile nel n. 5, anno III, di questa Rivista.

I sillogismi cui accenno sono (trascritti esattamente anche con le loro parentesi):

1) Gli animali sono mortali — Alcuni animali sono (tutti gli) uomini — Dunque tutti gli uomini sono mortali;

2) Gli uomini non sono immortali — Alcuni uomini sono (tutti gli) italiani — Dunque tutti gli italiani non sono immortali;

3) Nessun angelo è mortale — Qualche mortale è (ogni) uomo — Dunque l'uomo non è un angelo.

L'A. li considera quali sillogismi in *Datisi, Ferison* e *Fresinon,* eccezionali in quanto le conclusioni *universali* sono *vere.* Ma, per considerare tali sillogismi conformi ai modi indicati, bisognava scriverli così [§ 4]:

1') se ogni animale è un mortale e qualche animale è un uomo, qualche uomo è un mortale;

2') se nessun uomo è un immortale e qualche uomo è un italiano, qualche italiano non è un immortale;

3') se nessun angelo è un mortale e qualche mortale è un uomo, qualche uomo non è un angelo.

L'asserto dell'A. che le conclusioni di 1) 2) 3) sono *vere* lascia indifferente il *logico,* il quale si accontenta di dichiarare che esse *non sono conseguenze* delle premesse 1') 2') 3').

Volendo rendere *legittime* le conclusioni 1) 2) 3), i sillogismi considerati andrebbero *scritti* così:

1'') se ogni animale è un mortale ed ogni uomo è un animale, ogni uomo è un mortale;

2'' se nessun uomo è un immortale ed ogni italiano è un uomo, nessun italiano è un immortale;

3'') se nessun angelo è un mortale ed ogni uomo è un mortale, nessun uomo è un angelo.

Ma questi sono sillogismi per nulla eccezionali in *Barbara, Celarent* e *Cesare*.

La verità è che in 1) 2) 3) la seconda premessa è volutamente ambigua: si tratta di un giudizio *universale* espresso in veste *particolare*.

Dicevo che, ricorrendo all' ideografia logica, tali ambiguità non sono possibili; ad es., chi vuol tradurre in simboli l'asserzione: « alcuni animali sono (tutti gli) uomini », bisogna che si *decida* a *scrivere:*

« E (animale ∩ uomo) »

cioè « qualche animale è un uomo »

ovvero « uomo ⊃ animale »

cioè « ogni uomo è un animale »,

si trova cioè costretto ad abbandonare lo schema ambiguo 1), per attenersi ad *uno* degli schemi 1') o 1'').

Soggiungo, per dare un'applicazione di quanto ho detto nel § 3, che, conoscendo soltanto il sillogismo in Barbara, le premesse di 2'') si potranno riscrivere [§ 1] così:

« ogni uomo è un non-immortale ed ogni italiano è un uomo »,

ricavandone la conclusione, in Barbara,

ogni italiano è un non-immortale

cioè nessun italiano è un immortale;

e si noti che espressamente non ho scritto « mortale » al posto di « non-immortale », perchè, come logico, non dovevo giovarmi di una conoscenza del termine « immortale » estranea alle premesse.

Analogamente, le premesse di 3'') si potranno riscrivere così:

« ogni mortale è un non-angelo ed ogni uomo è un mortale »

ricavandone la conclusione, in Barbara,

ogni uomo è un non-angelo

cioè nessun uomo è un angelo.

Lascio al lettore giudicare se sia più comodo e più utile conoscere tutti i *modi* e le *regole* della sillogistica tradizionale ovvero, essendo date le premesse, saperle *trasformare* in modo da accertare se ad esse possano applicarsi i sillogismi in *Barbara* o in *Darii*.

Si badi che ho analizzato gli esempî 1) 2) 3) soltanto perchè da essi si pretendeva trarre argomento per le asserzioni che ho cofutato; ma, a proposito di *esempî,* è deplorevole che quelli abitualmente addotti nei trattati e nelle dispute di *logica* siano quasi sempre di così *tenue consistenza* da far apparire giusta la risibile, e tuttavia funesta, accusa di *sterilità* che, da Sisto Empirico in poi, vien ripetuta contro ogni specie di sillogismo. Perchè non attingere invece qualche buon esempio dalla *matematica,* che pur ne offre a migliaia e che da millennî testimonia — contro gli ignari, gli scettici e i sofisti — la *inesauribile fecondità* del metodo deduttivo?

Genova, 5 maggio 1912.

Stampato



Prof. Giuseppe Peano

Cavoretto

(Torino)

